

Modélisation de la distribution de la taille des champs d'un système pétrolier, LogNormale ou Fractale? Une approche unificatrice

Vincent Lepez

► **To cite this version:**

Vincent Lepez. Modélisation de la distribution de la taille des champs d'un système pétrolier, LogNormale ou Fractale? Une approche unificatrice: Cahiers de l'Economie, Série Recherche, n° 44. 2001. hal-02468059

HAL Id: hal-02468059

<https://hal-ifp.archives-ouvertes.fr/hal-02468059>

Preprint submitted on 27 Feb 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DU PÉTROLE ET DES MOTEURS

INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE

228-232, avenue Napoléon Bonaparte

92852 RUEIL-MALMAISON CEDEX

téléphone : 01 47 52 62 80 - télécopieur : 01 47 52 70 36

**Modélisation de la distribution de la taille
des champs d'un système pétrolier,
LogNormale ou Fractale ? Une approche
unificatrice**

Vincent LEPEZ

janvier 2001

Les cahiers de l'économie - n° 44

Série Recherche

La collection "Les cahiers de l'économie" a pour objectif de présenter des travaux réalisés à l'IFP et en particulier à l'École du Pétrole et des Moteurs, travaux de recherche ou notes de synthèse en économie, finance et gestion. La forme peut être encore provisoire, afin de susciter des échanges de points de vue sur les sujets abordés. Elle fait suite à la collection " Cahiers du CEG".

Les opinions émises dans les textes publiés dans cette collection doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement le point de vue de l'École ou de l'IFP.

Pour toute information complémentaire, prière de contacter :

Denis **Babusiaux** - Tél. 01 47 52 62 80

Résumé

Cet article a pour but de réconcilier deux thèses apparemment antagonistes selon lesquelles la distribution de probabilité de la taille des champs d'un système pétrolier peut être LogNormale ou de type Fractale. Nous montrons que ces deux lois, bien que très différentes d'un point de vue statistique, peuvent, *en pratique*, se déduire l'une de l'autre par le biais du processus stochastique de découverte des champs.

On interprète en effet l'exploration pétrolière comme la réalisation d'un tirage dans l'ensemble des champs qui existent dans la nature. Ce tirage n'est pas un tirage aléatoire simple, puisqu'il est très fortement biaisé par l'efficacité des études de type Géosciences. Cet efficacité résulte en le fait qu'il existe *une tendance*, dès lors que l'effort d'exploration devient important, à découvrir les plus gros champs restant en premier.

Nous considérons alors qu'à une date donnée t , la probabilité $\omega^t(x)$ d'avoir découvert un champ d'une taille fixée x est une fonction croissante. Le processus d'exploration est alors modélisé par un tirage sans remise, proportionnel à la mesure ω^t , dans l'échantillon des champs existant dans le sous-sol. Ce dernier est supposé suivre une loi de Lévy-Pareto (ou loi fractale).

Nous montrons ainsi, tant en simulation que sur des données réelles, que la distribution de la taille des champs découverts avant la date t , issue d'un tirage biaisé au sein d'un échantillon d'une loi de Lévy-Pareto, a l'allure d'une loi LogNormale, dont les paramètres évoluent au cours du temps. Nous voyons ainsi que les versions empiriques des deux lois se déduisent l'une de l'autre via le processus d'exploration et qu'elles sont toutes deux pertinentes, mais ne modélisent pas les mêmes distributions. L'une, stable au cours du temps, modélisant la distribution de ce qui existe dans la nature, l'autre modélisant l'ensemble des découvertes avant une date fixée.

Ce travail est aussi à la base d'une méthode d'estimation des réserves ultimes d'un système pétrolier, qui sera présentée ultérieurement.

Introduction

La vision probabiliste des réserves est généralisée au sein de l'industrie pétrolière. Cette interprétation est naturelle : l'estimation des réserves requiert en effet de se placer dans le cadre d'un avenir incertain, puisque tous les champs n'ont pas encore été découverts. Du point de vue mathématique, cela revient à considérer que la taille d'un champ pétrolier est représentable par une variable aléatoire possédant une certaine loi de probabilité, qui est inconnue mais caractéristique de la région dont il fait partie. Un vif débat existe entre experts pour tenter de justifier que tel ou tel type générique de loi régit la distribution de la taille des champs. Sa connaissance est, en effet, un point clef de l'estimation des réserves ultimes.

Dans cet article, nous allons construire un cadre rigoureux d'étude statistique de la distribution de la taille des champs. Nous ne nous intéressons qu'aux réserves de pétrole. Il est tout à fait envisageable que le même genre d'étude puisse s'appliquer au gaz. Après avoir défini le type de réserves auquel nous nous intéressons, nous discuterons de l'importance de l'homogénéité géologique et de la date de constitution de l'échantillon des champs nécessaire à l'étude. Nous montrerons que ce dernier doit être constitué à une date à laquelle le système est considéré comme mature. Nous construirons ensuite un modèle de distribution des tailles des champs et du processus stochastique de leur découverte. Nous montrerons alors que ce modèle permet d'unifier deux théories jusqu'ici "concurrentes" selon lesquelles les champs seraient distribués de façon LogNormale ou de façon Fractale.

Les chiffres

Seuls les chiffres de réserves prouvées sont largement publiés. Ils correspondent, en général, à une valeur que la taille réelle du champ est estimée avoir plus de 90 % de chances de dépasser. Ce sont donc des valeurs peu risquées. Mais pour un même champ, les réserves prouvées ont tendance à fluctuer au cours du temps, tantôt revues à la hausse, tantôt à la baisse. Il est donc naturel de considérer les tailles des champs comme des variables aléatoires. Le modèle ainsi obtenu autorise et tient compte de ces évolutions stochastiques.

Pour le naturaliste, peut-être aurait-il été plus pertinent de travailler avec les chiffres d'huile en place, qui traduisent une réalité physique, géologique sensée être plus stable au cours du temps. Mais la pratique montre que ceci est faux, les évaluations de ces ressources fluctuant au moins autant que celles des réserves prouvées. De plus, les ressources "en place" ne sont que rarement publiées et n'ont pas de réalité économique (ni donc d'intérêt stratégique).

Ainsi, et par abus de langage, nous parlerons de la "taille" d'un champ pour désigner le volume de ses réserves prouvées. Nous serons souvent amenés à travailler avec le logarithme de ces tailles, que nous désignerons par le terme LogTaille.

Choix de l'échantillon des données : homogénéité géologique et maturité

Pour pouvoir déduire des comportements globaux à partir de seuls échantillons statistiques, il est indispensable de s'assurer que la population que l'on considère est la plus homogène possible. La notion d'homogénéité dans l'échantillon des champs déjà découverts va se baser sur des critères liés à la géologie, comme la roche mère, le type de piègeage et le mode de préservation des hydrocarbures ayant migré. Par définition, le système pétrolier assure la cohérence de ces trois critères. Ce sera donc notre échelle d'étude. Mais ne perdons pas de vue

que l'identification rigoureuse d'un système pétrolier est une entreprise qui peut s'avérer très ardue. La distribution géographique d'un système pétrolier (suivant les trois dimensions) peut, en effet, être extrêmement singulière. Le bassin de Trinidad dans le golfe du Mexique, par exemple, voit se superposer et s'enchevêtrer au moins trois systèmes pétroliers distincts, formant une structure géologique que l'on a mis plusieurs années à comprendre.

Une des caractéristiques statistique des systèmes pétroliers est de présenter des distributions de taille très inégalitaires¹. C'est-à-dire que les quelques éléments de plus grande taille constituent la majeure partie des réserves. Dans le système pétrolier de Baseov en Russie, 2 % du nombre total de champs découverts jusqu'en 1998 (soit 11 champs), représentent 55 % du montant total des réserves (soit 65 sur 120 Gb). Le Viking Graben en mer du Nord présente le même genre de singularités : 2 % du nombre total de champs découverts jusqu'en 1998 (soit les 4 plus gros champs) représentent 35 % des réserves (soit 10 sur 30 Gb). Des provinces moins inégalitaires dans leur distributions existent, mais restent minoritaires en nombre (et sont souvent des zones de delta, comme au Niger, par exemple).

Les estimations de réserves sont donc très fortement conditionnées par la valeur des quelques plus gros éléments. Dès lors, une prévision statistique sur un système dont on n'aurait pas découvert les objets les plus volumineux se révélerait nécessairement fortement pessimiste, puisque sous-estimant grandement le caractère inégalitaire de la distribution des champs qui existent dans le sous-sol. Nous montrerons par la suite que la donnée d'un instrument de mesure de ces inégalités est crucial pour décrire les distributions observées et ensuite prévoir ce qu'il reste à découvrir.

Afin d'obtenir des mesures fiables du caractère inégalitaire de la distribution, on se doit d'être dans une situation où la période d'exploration intensive aura permis la mise au jour des plus gros champs et où la tendance générale du volume découvertes est désormais au déclin. Or ceci est un phénomène caractéristique des régions *matures*, mais bien entendu, cette règle souffre quelques exceptions célèbres qui doivent être traitées au cas par cas, comme le bassin de Paris, avec "l'effet Chaunoy"². On peut illustrer cette caractéristique par la loi empirique classique stipulant que sur une région où l'effort d'exploration est important, "on a tendance à découvrir les plus gros d'abord...".

Cette étude est donc axée sur les systèmes pétroliers matures, mais ses résultats pourront probablement être étendus aux systèmes pétroliers non matures, par analogies.

Le parti pris de la modélisation

À partir de maintenant, nous supposons donné un système pétrolier fixé.

Dans le sous-sol, il existe un certain nombre fini N , de champs de taille supérieure à une unité fixée à l'avance (1 ou 10 Mb, par exemple). La taille de ces champs est supposée suivre une certaine distribution de probabilité à découvrir. En réalité, la distribution réelle de la taille des champs ne suit pas exactement la loi que l'on va estimer, mais s'en approche suffisamment fortement. A la date t , un certain nombre $n^t \leq N$ de champs a été découvert au sein du système.

¹ Ce phénomène est typique des *lois puissance* d'exposant plus petit que 2, étudiées indépendamment par l'économiste Pareto et le probabiliste Paul Lévy.

² Une découverte de taille importante a eu lieu à Chaunoy dans le bassin de Paris en 1983, après plus de 30 ans d'exploration intensive. Il s'agissait en fait de la mise en évidence d'un nouveau type de piégeage, donc de système pétrolier, que l'on n'avait pas encore envisagé dans la région.

L'exploration est alors considérée comme un tirage sans remise particulier de n^i champs parmi N .

Quelle distribution ?

De la loi LogNormale

La loi LogNormale est une célèbre loi limite du calcul des probabilités. Elle est la loi de l'exponentielle d'une variable aléatoire de loi Normale. Elle est donc positive et fortement dissymétrique.

La loi LogNormale est très employée dans la modélisation de la distribution de la taille des champs. En effet, dès qu'un prospect est identifié, l'évaluation probabiliste des réserves associées est le résultat du produit de plusieurs paramètres interprétés comme des variables aléatoires (comme le volume de roche, la porosité, la saturation en huile, le taux de récupération, etc.). En tant que produit, la loi régissant la valeur des réserves est alors supposée être LogNormale, selon une variante du célèbre Théorème Central Limite. On observe, ce qui caractérisera la loi LogNormale par rapport à la loi de type Fractale que nous verrons ensuite, que cette loi rend improbable l'existence de petites accumulations : sa densité tend vers 0 en 0.

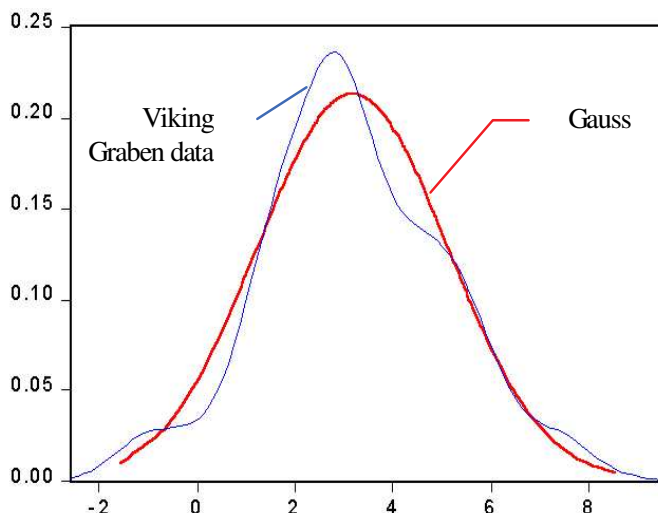


FIGURE 1 : Densité estimée des Log-Tailles des découvertes antérieures à 1998 dans le Viking Graben et approximation gaussienne.

Afin de vérifier visuellement l'adéquation de la loi LogNormale aux données, traçons la densité estimée des Log-tailles du Viking Graben de mer du Nord à la date $t = 1998$ par estimateur à noyau gaussien. Traçons aussi l'approximation gaussienne associée par maximum de vraisemblance. L'adéquation visuelle très nette peut se renforcer à l'aide d'un test statistique. Le test de Kolmogorov-Smirnov, par exemple rend impossible le refus de l'hypothèse d'adéquation avec une P. Value supérieure à 26 %.

Il est cependant intéressant de regarder le comportement au cours du temps de la distribution des tailles des champs sur des histogrammes. On observe sur la figure 2, que les petits champs se font de plus en plus prépondérants dans la distribution. En effet, depuis 1988, seuls les champs de taille inférieure à 100 Mb (ou presque) contribuent à l'histogramme des découvertes (zone grisée). Par ailleurs, les moyennes $m_{t_2 - t_1}^f$ des données réelles entre les dates t_2 et t_1 , quant à elles, évoluent de façon éloquentes : $m_{78 - 70}^f = 267$; $m_{88 - 79}^f = 126$ et $m_{98 - 89}^f = 38$ Mb.

Notre objectif n'est pas ici de défendre une thèse pessimiste sur l'évolution des découvertes, mais d'appliquer ces observations pour déterminer la forme de la distribution des tailles des champs tels qu'ils existent dans le sous-sol. Ainsi, on peut raisonnablement penser que plus

les champs sont petits, plus ils sont nombreux. La distribution des réserves ultimes pourrait alors être une fonction décroissante de la taille des champs. Or, comme on l'a vu, la loi LogNormale ne possède pas ce caractère conforme au "bon sens". Ces dernières remarques ont été à la base d'une série de tentatives destinées à adopter une nouvelle famille de loi pour décrire la distribution des champs qui existent dans la nature et rendre compte de la prépondérance en nombre des petits champs.

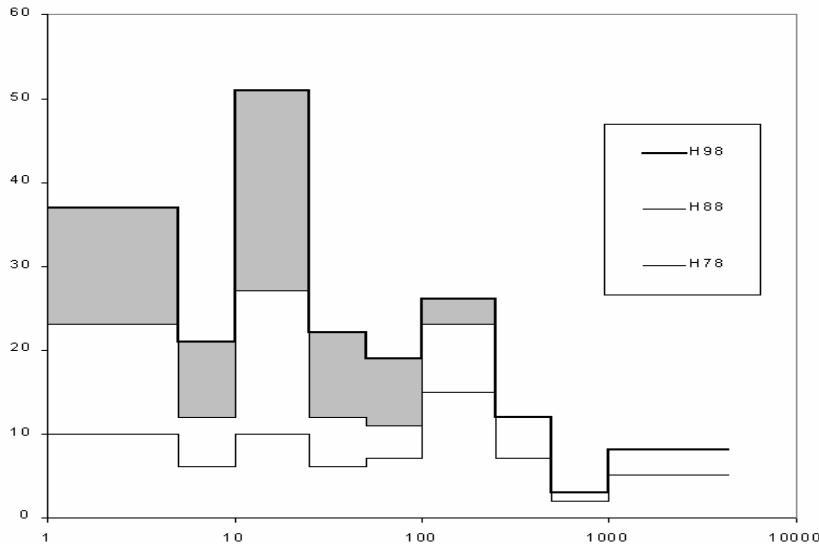


FIGURE 2 : Évolution de l'histogramme des découvertes (en Mb) aux dates 1978, 1988 et 1998

– L'approche de type Fractale

Bien souvent, en forant autour d'une découverte importante, on a toutes les chances de faire d'autres découvertes plus petites, et ainsi de suite. C'est la notion de satellite. Ce genre de structures est très courant, même s'il n'est pas systématique. D'un point de vue géométrique, cela signifie que l'on va retrouver des objets "d'allure" générale similaire à plusieurs niveaux d'observation : le champ, puis le satellite, puis éventuellement le satellite du satellite. La distribution des tailles des champs serait alors stochastiquement invariante par changement d'échelle, ce qui signifie que les propriétés statistiques de cette loi se retrouvent à tout niveau d'observation. On peut montrer qu'alors cette distribution fait partie des lois de type Lévy-Pareto (ou Fractales ou lois puissance) par analogie aux objets mathématiques auto-similaires, ou auto-affines, qui possèdent une caractéristique géométrique d'invariance par changement d'échelle.

Soit X une variable aléatoire de loi de Lévy-Pareto de paramètre $\alpha > 0$. Par définition, sa fonction de queue de distribution est du type $Q(x) = P(X \geq x) = x^{-\alpha}$ si $x > 1$. Le 1 représente ici une unité minimale d'observation. Plus précisément, soit un échantillon de valeurs observées $\{x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_N\}$, comme des tailles de champs, tel que les champs associés présentent des formes stochastiquement invariantes par changement d'échelle. Alors $\{1 \leq x_2/x_1 \leq \dots \leq x_N/x_1\}$ suit approximativement une loi de Lévy-Pareto. Il résulte de l'expression de Q que, si l'on reporte dans un diagramme à double échelle logarithmique la taille des observations en fonction de leur rang dans un classement en ordre décroissant, alors le graphe obtenu est quasiment linéaire et de pente $-1/\alpha$ (cf. figure 3). Nous appellerons un tel graphe un

diagramme LogTaille-LogRang. Par ailleurs, cette loi est à densité décroissante, ce qui signifie, contrairement à la loi LogNormale, que plus un objet est petit et plus grande est sa probabilité d'existence.

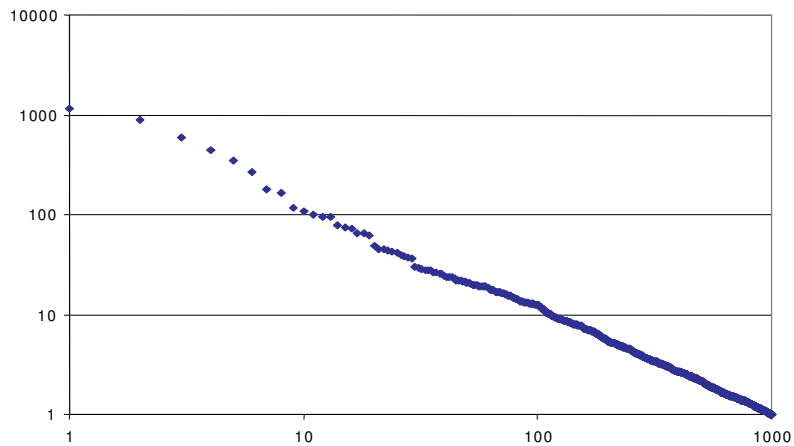


FIGURE 3 : Exemple de diagramme LogTaille-LogRang d'échantillon d'une loi de Lévy-Pareto de paramètre 1

Par ailleurs, notons que le logarithme d'une variable aléatoire suivant une loi de Lévy-Pareto de paramètre α est une variable aléatoire de loi Exponentielle de même paramètre α .

La valeur $1/\alpha$, valeur absolue de la pente du diagramme LogTaille-LogRang, est aisément interprétable physiquement. Elle représente une mesure de la concentration des réserves du système. Elle mesure l'inégalité de la distribution au sens défini auparavant :

- si la pente est faible, les réserves seront dispersées dans de nombreux champs de taille moyenne (ce qui est peu courant) ;
- à l'inverse, si la pente est forte, les quelques plus gros gisements vont concentrer une très grande partie des réserves (c'est le cas le plus fréquent ; notamment ceux du Viking Graben et de Bazeov évoqués ci-dessus). Ce genre de distributions peut générer des observations gigantesques, sortant largement du cadre de la Log-linéarité. On observe souvent ce genre de phénomènes pour les plus gros gisements d'un système (appelé par certains auteurs l'effet Roi).

La pente $1/\alpha$ est appelée *habitat* du système. On dira que l'habitat est *dispersé* si $1/\alpha < 1$ – i.e. $\alpha > 1$ ³. Par opposition, l'habitat sera qualifié de *concentré* si $1/\alpha \geq 1$ – i.e. $\alpha \leq 1$. La loi de Lévy-Pareto associée n'est alors plus intégrable, elle ne possède plus de moyenne. On peut montrer que la position de α par rapport à 1 ou 2 conditionne alors fortement la précision dans les estimations de réserves ultimes, en termes de largeur des intervalles de confiance associés.

Et l'exploration ?

Jusqu'ici, nous avons défini de nombreux concepts mathématiques, sans beaucoup nous soucier du concret, c'est-à-dire de l'exploration.

³ Nous qualifierons aussi l'habitat de *très dispersé* si $1/\alpha < 1/2$ – i.e. $\alpha > 2$. La loi de Lévy-Pareto associée possède alors une variance et vérifie les hypothèses du Théorème Central Limite.

Comment tirer parti de la dynamique de l'exploration ? Lorsque nous avons ébauché le modèle, nous avons indiqué qu'à la date t , n^t champs sur N existant dans la nature avaient été découverts. Le modèle ne peut-il dépendre du temps qu'au travers du nombre de champs déjà trouvés ? Non, bien entendu.

Notre modèle doit prendre en compte les caractéristiques de l'exploration et, comme toujours, plus le modèle suit fidèlement la réalité, plus les projections qu'il permet sont fines. La principale tendance que nous allons intégrer est celle que nous avons évoquée lors de la discussion sur le choix de l'échantillon : "les plus gros sont généralement découverts en premier...".

Un tout petit peu de formalisme

Soit L une loi de probabilité dont on suppose qu'elle régit la taille des champs d'un système pétrolier donné. L'ensemble des tailles des champs qui existent dans la nature constitue un N -échantillon (X_1, \dots, X_N) de cette loi. On suppose que l'on ne s'intéresse qu'à des champs de taille supérieure à une certaine unité – qui peut être un seuil de rentabilité économique, par exemple – ce qui garantit qu'ils n'existent qu'en nombre fini. A la date t , seuls n^t champs ont été découverts et l'exploration s'interprète alors comme un tirage sans remise de n^t éléments parmi N . Mais, les plus gros éléments ayant tendance à être découverts les premiers, le tirage est nécessairement à probabilités d'inclusion inégales. Plus précisément, pour tout champ d'index i , $1 \leq i \leq N$, on considère une variable aléatoire ε_i^t associée à X_i valant 1 lorsque le champ i a été trouvé et 0 sinon. La probabilité que ce champ ait été trouvé avant la date t est une valeur $0 < \omega^t(X_i) \leq 1$. La variable ε_i^t est donc une variable aléatoire dont on ne connaît que la loi conditionnée par X_i . Par la définition précédente, c'est une loi de Bernoulli dont le paramètre est $\omega^t(X_i)$. Implicitement, on définit ainsi une *fonction de poids* $\omega^t : [1; +\infty[\rightarrow]0; 1]$, décrivant la probabilité $\omega^t(X)$ qu'un champ d'une certaine taille X ait été découvert avant la date t . Nous dirons qu'un tel tirage est un *tirage biaisé par effet taille*. On peut aussi voir (et c'est la bonne interprétation) la valeur $\omega^t(X_i)$ comme la probabilité d'inclusion de X_i dans l'échantillon des découvertes.

L'hypothèse que les champs les plus importants ont tendance à être découverts d'abord se traduit ainsi naturellement par une hypothèse de croissance de la fonction ω^t . Cette fonction étant inconnue en pratique, nous allons chercher à l'estimer.

De la réconciliation de deux thèses antagonistes

Comme on l'a vu, la loi LogNormale peut être intéressante pour décrire la distribution des champs déjà mis au jour. Son adéquation aux données au fur et à mesure des découvertes montre que sa moyenne décroît, attestant que l'on trouve de plus en plus de petits champs, qui auraient dû être inexistantes si l'on s'était arrêté aux premières extrapolations. Par ailleurs, sur des zones très matures, l'adéquation de la loi de Lévy-Pareto aux données pour des paramètres judicieux est très satisfaisante, comme en attestent des tests de Kolmogorov-Smirnov, qui rendent impossible le rejet d'adéquation. On obtient, en effet, des P. Values respectivement de plus de 50 % et 22 % pour les champs de taille supérieure à 10 Mb du Viking Graben (avec $\alpha = 0,52$) et du système pétrolier de Bazeov (avec $\alpha = 0,49$). Ainsi, aux données du Viking Graben on peut associer deux lois : LogNormale sur l'ensemble des champs ou fractale sur des données auxquelles on a retiré un certain nombre de petits champs, puisque ceux-ci sont sous-représentés.

Faisons l'hypothèse que les tailles des champs sont distribuées dans la nature selon une loi proche d'une loi de Lévy-Pareto et que la fonction de poids représentant le processus d'exploration est croissante. L'objectif de la suite de ce paragraphe est de montrer, empiriquement, qu'alors les découvertes, à un temps t précédent l'exhaustion, sont en bonne adéquation avec une loi LogNormale.

Soient alors une loi de Lévy-Pareto de densité de probabilité f_α , une fonction ω croissante comme précédemment et (X_1, \dots, X_N) l'échantillon des tailles des champs existant dans le sous-sol et suivant la loi f_α . Soit (Y_1, \dots, Y_{n^t}) l'échantillon des tailles des champs découverts par tirage biaisé par effet taille (on a $\{Y_1, \dots, Y_{n^t}\} = \{\varepsilon_1^t X_1, \dots, \varepsilon_N^t X_N\}$). La densité de probabilité $f_{\alpha, \omega}$ d'une variable observée Y_i est alors donnée par :

$$f_{\alpha, \omega}(x) = \omega(x)f_\alpha(x) / E(\omega(X)) \quad (1)$$

Les deux figures suivantes montrent l'impact d'un biais de tirage ω sur une densité f_1 . On peut y voir que le biais de tirage sur f_α par ω résulte en une densité $lf_{\alpha, \omega}$ des LogTailles qui est proche d'une densité de loi Normale, donc une densité $f_{\alpha, \omega}$ proche de celle d'une loi LogNormale⁴. Cette ressemblance est confirmée par un test de Kolmogorov-Smirnov qui ne permet pas le rejet d'adéquation, avec une P. Value supérieure à 54 %. Notons enfin qu'un tirage sans biais par effet taille aurait donné, à la place de la courbe en cloche de la figure 5, une courbe exponentielle décroissante.

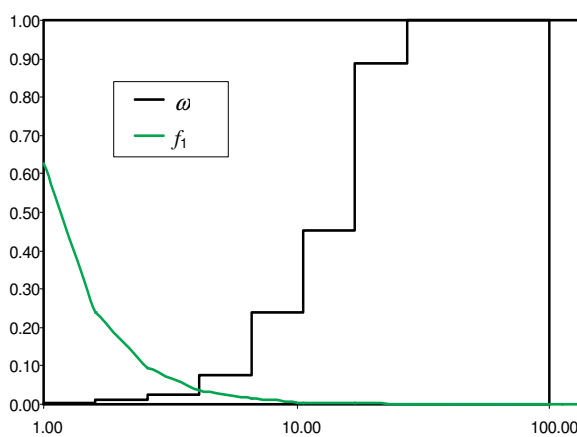


FIGURE 4 : Densité f_1 d'une loi de Lévy-Pareto de paramètre 1 et fonction de poids ω

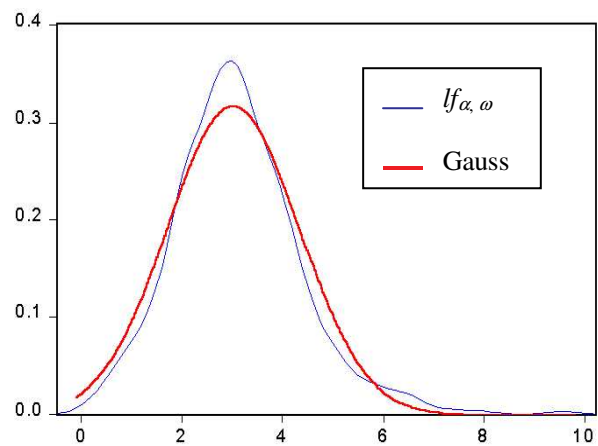


FIGURE 5 : Densité estimée $f_{\alpha, \omega}$ de l'échantillon issu du tirage biaisé par effet taille et approximation gaussienne

Deux raisonnements plausibles pour deux lois très différentes. Paradoxe ?

Les deux lois présentent un intérêt pour la modélisation de la distribution de la taille des champs, mais ne traitent, en définitive, pas le même sujet. La loi LogNormale fournit une bonne description de la distribution des tailles des champs *déjà mis au jour* dans un système

⁴ Il est cependant à noter que d'un point de vue strictement théorique, $lf_{\alpha, \omega}$ ne peut être parfaitement LogNormale en vertu de son comportement à l'infini trop fortement décroissant. Mais en pratique, et comme le confirment les tests, on ne peut prétendre qu'elle ne s'en approche pas.

mature, mais encore éloigné de l'exhaustion, alors que la loi de Lévy-Pareto présente une idée de la distribution de l'ensemble des champs qui existent dans la nature. Dans un système extrêmement mature, comme celui de Bazeov, l'adéquation à la loi LogNormale est de plus en plus difficile à obtenir, compte tenu du comportement de plus en plus Lévy-Pareto à mesure que l'on s'approche de l'exhaustion.

Cependant, lors de l'évaluation d'un prospect, si chacun des paramètres naturels (porosité, saturation, volume de roche, etc.) était estimé sans *a priori* (cf. paragraphe suivant), le résultat de l'estimation des réserves devrait fournir une loi de Lévy-Pareto, puisque c'est la loi naturelle qui semble régir les tailles des champs qui existent dans le sous-sol. Or il n'en est rien, puisque invariablement, les prospects conduisent à des distributions des réserves de type LogNormale.

Le fait est qu'il existe un biais automatique dans l'évaluation des paramètres nécessaires à la détermination des réserves. En effet, une censure naturelle est pratiquée par les géologues si l'un de ces paramètres est trop petit : un prospect potentiel, ou objectif géologique, pour lequel la saturation mesurée (par exemple) est extrêmement faible ne sera pas étudié plus avant. Ainsi, on exclut d'emblée l'ensemble des objectifs géologiques pour lesquels les paramètres sont petits et donneraient lieu, par la même, à de petits champs. Ceux qui passent au stade de prospects ont donc subi un filtrage systématique visant à supprimer les plus petits et ainsi rentrer dans la LogNormalité ! Nous avons pourtant vu que leur vraie nature semble cependant être la fractalité...

Applications au cas du Viking Graben, données de 1998 :

Les figures 6 et 7, montrent les résultats graphiques des estimations du paramètre ω du modèle, ainsi qu'une simulation de ce que pourrait être la vraie distribution des tailles des champs existant dans le sous-sol.

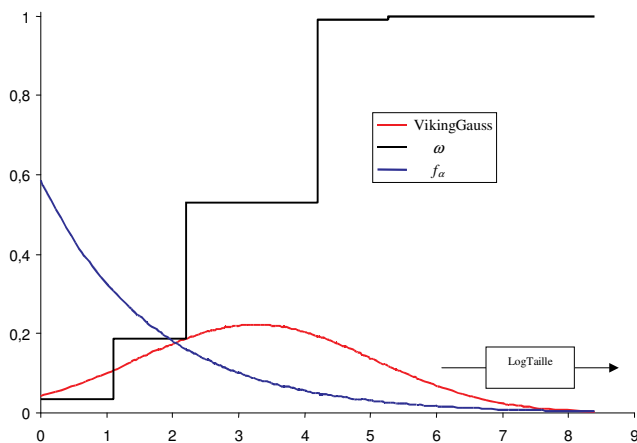


FIGURE 6 : fonction de poids et densité estimée au regard de l'approximation gaussienne des LogTailles du Viking Graben. $\alpha_{\text{estimé}} = 0.589$

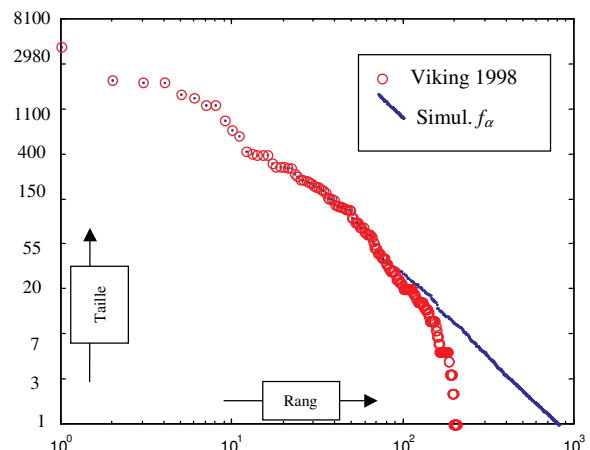


FIGURE 7 : Diagramme LogTaille-LogRang du Viking Graben et simulation d'une loi de Pareto compatible avec le tirage biaisé par effet taille

Il apparaît ainsi que le Viking Graben est effectivement une région à l'habitat dispersé et *très* mature puisque tous les champs supérieurs à une taille de 70 Mb auraient été découverts. Il est aussi possible, grâce à la donnée des $\omega(X_i)$, de déduire des estimations de réserves ultimes. La technique statistique permettant d'estimer la fonction ω et le paramètre α , ainsi que les formules des estimateurs du nombre total de champs et des réserves ultimes seront

entièrement décrites ultérieurement. Nous donnerons alors de nombreuses applications numériques et concrètes.

Déjà parus

CEG-1. D. PERRUCHET, J.-P. CUEILLE,

Compagnies pétrolières internationales : intégration verticale et niveau de risque.
Novembre 1990

CEG-2. C. BARRET, P. CHOLLET,

Canadian gas exports: modeling a market in disequilibrium.
Juin 1990

CEG-3. J.-P. FAVENNEC, V. PREVOT,

Raffinage et environnement.
Janvier 1991

CEG-4. D. BABUSIAUX,

Note sur le choix des investissements en présence de rationnement du capital.
Janvier 1990

CEG-5. J.-L. KARNIK,

Les résultats financiers des sociétés de raffinage distribution en France 1978-89.
Mars 1991

CEG-6. I. CADORET, P. RENOUE,

Élasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques.
Avril 1991

CEG-7. I. CADORET, J.-L. KARNIK,

Modélisation de la demande de gaz naturel dans le secteur domestique : France, Italie, Royaume-Uni 1978-1989.
Juillet 1991

CEG-8. J.-M. BREUIL,

Émissions de SO₂ dans l'industrie française : une approche technico-économique.
Septembre 1991

CEG-9. A. FAUVEAU, P. CHOLLET, F. LANTZ,

Changements structurels dans un modèle économétrique de demande de carburant.
Octobre 1991

CEG-10. P. RENOUE,

Modélisation des substitutions énergétiques dans les pays de l'OCDE.
Décembre 1991

CEG-11. E. DELAFOSSE,

Marchés gaziers du Sud-Est asiatique : évolutions et enseignements.
Juin 1992

CEG-12. F. LANTZ, C. IOANNIDIS,

Analysis of the French gasoline market since the deregulation of prices.
Juillet 1992

CEG-13. K. FAID,

Analysis of the American oil futures market.
Décembre 1992

CEG-14. S. NACHET,

La réglementation internationale pour la prévention et l'indemnisation des pollutions maritimes par les hydrocarbures.
Mars 1993

CEG-15. J.-L. KARNIK, R. BAKER, D. PERRUCHET,

Les compagnies pétrolières : 1973-1993, vingt ans après.
Juillet 1993

CEG-16. N. ALBA-SAUNAL,

Environnement et élasticités de substitution dans l'industrie ; méthodes et interrogations pour l'avenir.
Septembre 1993

CEG-17. E. DELAFOSSE,

Pays en développement et enjeux gaziers : prendre en compte les contraintes d'accès aux ressources locales.
Octobre 1993

CEG-18. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX*,

L'industrie du raffinage dans le Golfe arabe, en Asie et en Europe : comparaison et interdépendance.
Octobre 1993

CEG-19. S. FURLAN,

L'apport de la théorie économique à la définition d'externalité.
Juin 1994

CEG-20. M. CADREN,

Analyse économétrique de l'intégration européenne des produits pétroliers : le marché du diesel en Allemagne et en France.
Novembre 1994

CEG-21. J.L. KARNIK, J. MASSERON*,

L'impact du progrès technique sur l'industrie du pétrole.
Janvier 1995

CEG-22. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX,

L'avenir de l'industrie du raffinage.
Janvier 1995

CEG- 23. D. BABUSIAUX, S. YAFIL*,

Relations entre taux de rentabilité interne et taux de rendement comptable.
Mai 1995

CEG-24. D. BABUSIAUX, J. JAYLET*,

Calculs de rentabilité et mode de financement des investissements, vers une nouvelle méthode ?
Juin 1996

CEG-25. J.P. CUEILLE, J. MASSERON*,

Coûts de production des énergies fossiles : situation actuelle et perspectives.
Juillet 1996

CEG-26. J.P. CUEILLE, E. JOURDAIN,

Réductions des externalités : impacts du progrès technique et de l'amélioration de l'efficacité énergétique.
Janvier 1997

CEG-27. J.P. CUEILLE, E. DOS SANTOS,

Approche évolutionniste de la compétitivité des activités amont de la filière pétrolière dans une perspective de long terme.
Février 1997

CEG-28. C. BAUDOUIN, J.P. FAVENNEC,

Marges et perspectives du raffinage.
Avril 1997

* une version anglaise de cet article est disponible sur demande

CEG-29. P. COUSSY, S. FURLAN, E. JOURDAIN, G. LANDRIEU, J.V. SPADARO, A. RABL,
Tentative d'évaluation monétaire des coûts externes liés à la pollution automobile : difficultés méthodologiques et étude de cas.
Février 1998

CEG-30. J.P. INDJEHAGOPIAN, F. LANTZ, V. SIMON,
Dynamique des prix sur le marché des fiouls domestiques en Europe.
Octobre 1998

CEG-31. A. PIERRU, A. MAURO,
Actions et obligations : des options qui s'ignorent.
Janvier 1999

CEG-32. V. LEPEZ, G. MANDONNET,
Problèmes de robustesse dans l'estimation des réserves ultimes de pétrole conventionnel.
Mars 1999

CEG-33. J. P. FAVENNEC, P. COPINSCHI,
L'amont pétrolier en Afrique de l'Ouest, état des lieux
Octobre 1999

CEG-34. D. BABUSIAUX,
Mondialisation et formes de concurrence sur les grands marchés de matières premières énergétiques : le pétrole.
Novembre 1999

CEG-35. D. RILEY,
The Euro
Février 2000

CEG-36. et 36bis. D. BABUSIAUX, A. PIERRU*,
Calculs de rentabilité et mode de financement des projets d'investissements : propositions méthodologiques.
Avril 2000 et septembre 2000

CEG-37. P. ALBA, O. RECH,
Peut-on améliorer les prévisions énergétiques ?
Mai 2000

CEG-38. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX,
Quel futur pour le prix du brut ?
Septembre 2000

ECO-39. S. JUAN, F. LANTZ,
La mise en œuvre des techniques de Bootstrap pour la prévision économétrique : application à l'industrie automobile
Novembre 2000

ECO-40. A. PIERRU, D. BABUSIAUX,
Coût du capital et étude de rentabilité d'investissement : une formulation unique de l'ensemble des méthodes.
Novembre 2000

ECO-41. D. BABUSIAUX,
Les émissions de CO2 en raffinerie et leur affectation aux différents produits finis
Décembre 2000

ECO-42. D. BABUSIAUX,

Éléments pour l'analyse des évolutions des prix du brut
Décembre 2000

ECO-43. P. COPINSCHI,

Stratégie des acteurs sur la scène pétrolière africaine (golfe de Guinée)
Janvier 2001