



HAL
open science

Les émissions de CO₂ en raffinerie et leur affectation aux différents produits finis

Denis Babusiaux

► **To cite this version:**

Denis Babusiaux. Les émissions de CO₂ en raffinerie et leur affectation aux différents produits finis : Cahiers de l'Economie, Série Recherche, n° 41. 2000. hal-02460769

HAL Id: hal-02460769

<https://ifp.hal.science/hal-02460769>

Preprint submitted on 30 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DU PÉTROLE ET DES MOTEURS

INSTITUT FRANÇAIS DU PÉTROLE

228-232, avenue Napoléon Bonaparte

92852 RUEIL-MALMAISON CEDEX

téléphone : 01 47 52 62 80 - télécopieur : 01 47 52 70 36

**Les émissions de CO₂ en raffinerie et leur
affectation aux différents produits finis**

Denis BABUSIAUX

décembre 2000

Cahiers de l'économie - n° 41

Série Recherche

La collection "Les cahiers de l'économie" a pour objectif de présenter des travaux réalisés à l'IFP et en particulier à l'École du Pétrole et des Moteurs, travaux de recherche ou notes de synthèse en économie, finance et gestion. La forme peut être encore provisoire, afin de susciter des échanges de points de vue sur les sujets abordés. Elle fait suite à la collection "Cahiers du CEG".

Les opinions émises dans les textes publiés dans cette collection doivent être considérées comme propres à leurs auteurs et ne reflètent pas nécessairement le point de vue de l'École ou de l'IFP.

Pour toute information complémentaire, prière de contacter :

Denis **Babusiaux** - Tél. 01 47 52 62 80

Résumé

Dans le cadre d'une modélisation par programmation linéaire des émissions de CO₂ en raffinerie, nous considérons une fonction objectif définie comme la somme deux composantes, l'une correspondant au coût d'exploitation, l'autre au coût associé aux émissions de gaz carbonique. Nous proposons une méthode de calcul du contenu marginal en émissions de CO₂ associé à chaque contrainte et précisons dans quelle mesure les contenus marginaux en CO₂ des différents produits finis ont une structure de contenu moyen, autrement dit fournissent une clef de répartition par produit des émissions de la raffinerie.

AVERTISSEMENT

Pour répondre aux questions posées, nous démontrons un « théorème » généralisant la propriété classique de dualité exprimant l'égalité des fonctions économiques du primal et du dual. Nous montrons que cette propriété s'applique à chaque composante de la fonction objectif (coût d'exploitation et coût associé aux émissions de CO₂) en considérant chaque variable duale comme la somme de deux coûts marginaux (coût marginal d'exploitation et coût marginal en CO₂). Il s'agit d'un résultat très simple. De plus, le problème considéré est de nature semblable à ceux que l'on rencontre en programmation linéaire multi-critères, qui a fait l'objet de nombreux travaux de recherche.

Il est probable que le problème a été résolu par les spécialistes de ces programmes. Nous ne prétendons donc pas nous attribuer la primeur de ce résultat.

Compte tenu de sa simplicité, faire des recherches bibliographiques *ad hoc* aurait pris plus de temps que d'effectuer la démonstration directement, nous ne pouvons donc pas fournir d'éventuelles références antérieures. Merci au lecteur qui aurait connaissance de travaux dans ce domaine, de bien vouloir nous transmettre les informations correspondantes.

INTRODUCTION

Les préoccupations relatives au risque de réchauffement climatique ont conduit l'IFP et le groupe TOTAL FINA ELF à réaliser conjointement une étude sur les émissions de CO₂ en raffinerie et à construire un outil de modélisation adapté.

L'objectif est de quantifier les conséquences de décisions d'exploitation ou d'investissement sur le bilan énergétique et les émissions de CO₂ d'une raffinerie type ou d'un ensemble de raffineries. La modélisation doit également permettre d'analyser l'impact, en termes d'émissions, de modifications de différents paramètres tels que ceux relatifs à la structure de la demande et de l'approvisionnement, aux spécifications de qualité des produits finis, aux limitations de rejets de polluants, aux évolutions des caractéristiques techniques des unités...

Les modèles classiques de programmation linéaire fournissent les valeurs de variables duales à partir desquelles peuvent être déterminés les coûts marginaux des différents produits. De façon semblable, il est souhaitable de pouvoir définir et calculer un "contenu en émissions de CO₂" associé à la fabrication de chacun des produits finis, ainsi qu'un "coût marginal en CO₂" de différentes contraintes et en particulier des contraintes correspondant à des spécifications de qualité.

La détermination d'un "contenu en CO₂" paraît notamment indispensable à l'analyse d'échanges possibles de produits entre raffineries ou entre pays.

L'objet de cette note est de proposer des méthodes de calcul et de préciser dans quelle mesure un "contenu marginal" peut avoir une structure de "contenu moyen". Une première section sera consacrée à la formulation étudiée. Nous présenterons ensuite les principes de l'analyse marginale des contenus en carbone et terminerons par un exemple numérique.

1 - PRINCIPES DE MODÉLISATION

La détermination des programmes de fabrication en raffinerie s'appuie le plus souvent sur des modèles de programmation linéaire. Les variables sont essentiellement des variables de flux (quantités de brut traitées, importations et exportations de charges à traiter et de produits finis, flux de produits intermédiaires).

Les principales contraintes correspondent à des bilans-matière, à des équations de demande et de limitation de capacité. L'objectif est en général de satisfaire une demande (en quantités et qualité) au moindre coût.

Nous nous limiterons au cas d'un modèle représentatif d'une seule raffinerie sur une seule période.

La recherche d'une maîtrise des émissions de gaz carbonique peut se traduire par différentes formulations. Nous retiendrons seulement ici celle qui consiste à affecter

un coût aux émissions¹ de CO₂, qu'il s'agisse d'une taxe Pigouvienne ou du prix de permis à acquérir sur un marché de droits d'émissions négociables.

Nous considèrerons donc une fonction objectif F composée de deux termes F' et F'' . Le premier F' est égal au coût d'exploitation habituellement considéré pour un problème de ce type. Nous l'appellerons par convention « coût d'exploitation », même s'il s'agit d'un abus de langage lorsque la fonction économique intègre des charges d'investissement. Le deuxième terme F'' est associé aux émissions de CO₂. Dans le cas où le prix du droit d'émission p est indépendant du volume émis G , F'' s'écrit

mais cette hypothèse n'est pas nécessaire. Nous supposerons cependant que F'' est une fonction non décroissante de G , linéarisable par morceaux. Cette hypothèse permet de rester dans le cadre d'un programme convexe, et surtout l'hypothèse contraire serait peu réaliste.

Nous considérons ainsi un programme linéaire du type :

$$\begin{aligned} \text{Min } F &= CX \\ AX &= b && (P1) \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

Soit, en décomposant la fonction objectif :

$$\begin{aligned} \text{Min } F &= F' + F'' \\ F' &= C'X \\ F'' &= C''X \\ AX &= b \\ X &\geq 0 \end{aligned}$$

où X est le vecteur dont les n composantes sont les n variables du modèle.

C , C' et C'' sont des vecteurs lignes (à n composantes)

A est une matrice de dimensions $m \times n$

¹ Une option différente avait été proposée par certains modélisateurs : opérer en deux phases, l'une correspondant à la minimisation des seuls coûts directs, l'autre à la minimisation des émissions. Mais la deuxième phase nécessite l'introduction de contraintes représentatives des résultats de la première phase. Suivant la formulation retenue pour ce faire, les variables duales à l'optimum peuvent avoir des valeurs très différentes, dont l'interprétation est délicate.

2 – CARACTÉRISATION D'UNE SOLUTION OPTIMALE

L'analyse marginale sera effectuée à partir d'une solution optimale. Nous supposons que celle-ci n'est pas dégénérée et qu'il s'agit d'une solution de base.

Nous noterons :

Y le vecteur des variables en base

\bar{Y} le vecteur des variables hors base

$$X = [Y \ \bar{Y}]$$

B et \bar{B} les matrices associées respectivement à l'ensemble des indices des variables en base et hors base et composant A :

$$A = [B \ \bar{B}]$$

Nous considérons de même les vecteurs D' et \bar{D}' , composant C' , associés aux ensembles des indices des variables en base et hors base

$$C' = [D' \ \bar{D}']$$

$$C'' = [D'' \ \bar{D}'']$$

Les équations du problème initial s'écrivent ainsi :

$$F' = [D' \ \bar{D}'] \begin{bmatrix} Y \\ \bar{Y} \end{bmatrix}$$

$$F'' = [D'' \ \bar{D}''] \begin{bmatrix} Y \\ \bar{Y} \end{bmatrix}$$

$$BY + \bar{B}\bar{Y} = b$$

A l'optimum, la valeur de Y est donnée par :

$$Y^* = B^{-1} b$$

3 – DUALITÉ : RAPPELS ET NOTATIONS

Rappelons la propriété de dualité des programmes linéaires : à l'optimum, la valeur de la fonction économique du primal est égale à la valeur de la fonction économique du problème dual, c'est-à-dire à la somme des produits des variables duales par les coefficients de second membre des équations associées.

Notons Π le vecteur des variables duales

Ce vecteur peut-être défini par la relation

$$\Pi = D B^{-1}$$

La propriété de dualité s'écrit :

$$\Pi b = CX$$

À l'optimum, les valeurs des variables duales correspondent aux coûts marginaux (variations de fonction économique) associés aux différentes contraintes du problème, ce qui peut se formuler comme suit :

$$\Pi b = F$$

$$\Pi_j = \frac{\partial F}{\partial b_j}$$

4 – COÛT MARGINAL D'EXPLOITATION ET CONTENU MARGINAL EN CO₂

Revenons au problème que pose la prise en compte des deux composantes F' et F'' de la fonction objectif F .

La question est maintenant de décomposer les coûts marginaux en deux termes, l'un représentant un coût d'exploitation marginal, l'autre un coût en CO₂ marginal. Pour

cela, il suffit de définir :

$$\Pi' = D' B^{-1}$$

$$\Pi'' = D'' B^{-1}$$

Il est clair que :

$$\Pi' + \Pi'' = \Pi$$

De plus, Π' et Π'' ont bien les propriétés classiques d'un vecteur dual. En effet :

$$\Pi' b = D' B^{-1} b = D' Y^* = F' \quad (1')$$

$$\frac{\partial F'}{\partial b_j} = \Pi'_j \quad (2')$$

$$\Pi'' b = D'' B^{-1} b = D'' Y^* = F'' \quad (1'')$$

$$\frac{\partial F''}{\partial b_j} = \Pi''_j \quad (2'')$$

Remarquons que les valeurs numériques des variables Π'_j et Π''_j sont directement données par les codes de programmation linéaire qui fournissent le tableau simplexe à l'optimum. En effet, si l'on se réfère à la formulation (P2) ci-dessus du problème étudié, il suffit de remarquer que les variables F' et F'' sont nécessairement en base à l'optimum. Elles peuvent donc être exprimées en fonction des variables hors base, et en particulier en fonction des variables d'écart associées aux contraintes saturées. Les coûts marginaux Π'_j et Π''_j sont les coefficients de la variable d'écart associée à la contrainte d'indice j apparaissant dans les équations donnant F' et F'' .

5. CAS PARTICULIER : COÛTS MARGINAUX ET COÛTS MOYENS

Les modèles de programmation linéaire utilisés pour définir des programmes de fabrication en raffinerie font apparaître plusieurs types de données non nulles en second membre des contraintes. Les demandes de consommation figurent en second membre des équations associées aux bilans de production, importations et exportations de produits finis. Les variables duales associées correspondent aux coûts marginaux de fabrication des différents produits. On peut observer également des valeurs non nulles en second membre des contraintes de limitation des capacités des unités et des contraintes de disponibilité en brut.

Lorsque l'on utilise un modèle pour analyser des décisions d'investissement, lorsqu'il s'agit de déterminer des capacités optimales d'unités, ces capacités sont des variables du problème et les équations correspondantes sont sans second membre. De plus, pour des études de long terme, l'introduction de contraintes de disponibilité en brut n'est pas fréquente.

Il arrive donc assez souvent que les seuls seconds membres non nuls d'un modèle d'investissement soient ceux des équations de demande. Considérons ce cas particulier. Compte tenu de la propriété de la dualité ci-dessus, si le raffineur vend les différentes quantités qu'il fabrique à un prix égal au coût marginal de chaque produit, sa recette est égale au coût total de production (valeur de la fonction économique à l'optimum). Autrement dit, les coûts marginaux fournissent une clef de répartition par produits finis du coût de production, plus exactement de l'ensemble des coûts introduits dans le programme.

En présence de produits liés, le problème de la définition de coûts moyens admet une infinité de solutions, mais celle qui consiste à utiliser les coûts marginaux est évidemment la plus pertinente.

Nous allons montrer que la propriété de dualité, vraie pour la fonction économique totale F , est également vérifiée pour chacune de ses composantes F' et F'' . En effet, les relations (1') prouvent que la somme des coûts marginaux d'exploitation Π'_j multipliés par les quantités demandées est égale au coût d'exploitation F' . Les coûts marginaux Π'_j ont donc une structure de coût moyen. De même, les coûts marginaux en CO_2 , Π''_j ont une structure de coûts moyens.

Si le coût en CO₂, F'' est proportionnel aux émissions G :

$$F'' = p G$$

le contenu marginal en émission de CO₂ se déduit du coût marginal en CO₂ Π_j'' par simple application du coefficient p . Les contenus marginaux en CO₂ ont alors également une structure de contenu moyen en émissions.

Remarquons enfin que les contenus marginaux en CO₂ peuvent être calculés dans le cas où le coût associé aux émissions est nul. La propriété de structure de contenu moyen reste valide dans ce cas.

6 - EXEMPLE NUMÉRIQUE

Une raffinerie traite deux bruts en quantités x et y pendant une période donnée. Elle fabrique 3 produits : essences, gasoils, fuel lourd. Les rendements obtenus sont donnés par le tableau 1 qui fournit également la demande associée à chacun des produits.

	Brut 1	Brut 2	Demande (10³ tonnes)
Essence	20 %	10 %	2
Gasoil	40 %	30 %	5
Fuel lourd	30 %	50 %	5
Coût d'achat et traitement (\$/tonne)	145	94	
Émissions (tonnes par tonne de brut traité)	0,05	0,06	

Le coût associé à l'émission d'une tonne de carbone est de 100 \$.

Le programme linéaire s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & 145 x + 94 y + 100 G \\ & 0,05 x + 0,06 y - G = 0 \\ & 0,2 x + 0,1 y - e = 2 \\ & 0,4 x + 0,3 y - g = 5 \\ & 0,3 x + 0,5 y - f = 5 \end{aligned}$$

en notant G les émissions de CO_2 , e , g et f les excédents (éventuels) de produits finis.

L'optimum correspond à :

$$x = 5, \quad y = 10, \quad f = 15, \quad G = 0,85$$

Les variables hors base sont e et g .

En introduisant les fonctions F' et F'' définies plus haut :

$$\begin{aligned} F' &= 145 x + 94 y \\ F'' &= 100 G = 5 x + 6 y \end{aligned}$$

L'expression des variables en base en fonction des variables hors base s'écrit :

$$\begin{aligned} x &= 5 + 15 e - 5 g \\ y &= 10 - 20 e - 10 g \\ f &= 1,5 - 5,5 e + 3,5 g \\ F' &= 1\,665 + 295 e + 215 g \\ G &= 0,85 - 0,45 e + 0,35 g \\ F &= F' + 100 G = 1\,750 + 250 e + 250 g \end{aligned}$$

Le coût marginal (d'exploitation) des essences est ainsi de 295 \$/t, celui du gasoil de 215 \$/t.

Le contenu marginal en carbone des essences est négatif et égal à $-0,45$ tonne de carbone par tonne d'essence.

Le contenu marginal en carbone du gasoil est de $0,35$ tonne de carbone par tonne de gasoil.

L'apparition d'un contenu marginal en carbone négatif dans cet exemple s'explique très simplement par le fait qu'accroître la demande en essence se fait en substituant du brut 1 au brut 2, les émissions associées au brut 1 étant inférieures à celles que nécessite le traitement du brut 2.

Il s'agit ici d'un exemple d'école très schématique, mais qui met en lumière un phénomène qui peut rendre délicates certaines interprétations.

Déjà parus

CEG-1. D. PERRUCHET, J.-P. CUEILLE,

Compagnies pétrolières internationales : intégration verticale et niveau de risque.
Novembre 1990

CEG-2. C. BARRET, P. CHOLLET,

Canadian gas exports: modeling a market in disequilibrium.
Juin 1990

CEG-3. J.-P. FAVENNEC, V. PREVOT,

Raffinage et environnement.
Janvier 1991

CEG-4. D. BABUSIAUX,

Note sur le choix des investissements en présence de rationnement du capital.
Janvier 1990

CEG-5. J.-L. KARNIK,

Les résultats financiers des sociétés de raffinage distribution en France 1978-89.
Mars 1991

CEG-6. I. CADORET, P. RENOUE,

Élasticités et substitutions énergétiques : difficultés méthodologiques.
Avril 1991

CEG-7. I. CADORET, J.-L. KARNIK,

Modélisation de la demande de gaz naturel dans le secteur domestique : France, Italie, Royaume-Uni 1978-1989.
Juillet 1991

CEG-8. J.-M. BREUIL,

Émissions de SO₂ dans l'industrie française : une approche technico-économique.
Septembre 1991

CEG-9. A. FAUVEAU, P. CHOLLET, F. LANTZ,

Changements structurels dans un modèle économétrique de demande de carburant.
Octobre 1991

CEG-10. P. RENOUE,

Modélisation des substitutions énergétiques dans les pays de l'OCDE.
Décembre 1991

CEG-11. E. DELAFOSSE,

Marchés gaziers du Sud-Est asiatique : évolutions et enseignements.
Juin 1992

CEG-12. F. LANTZ, C. IOANNIDIS,

Analysis of the French gasoline market since the deregulation of prices.
Juillet 1992

CEG-13. K. FAID,

Analysis of the American oil futures market.
Décembre 1992

CEG-14. S. NACHET,

La réglementation internationale pour la prévention et l'indemnisation des pollutions maritimes par les hydrocarbures.
Mars 1993

CEG-15. J.-L. KARNIK, R. BAKER, D. PERRUCHET,

Les compagnies pétrolières : 1973-1993, vingt ans après.
Juillet 1993

CEG-16. N. ALBA-SAUNAL,

Environnement et élasticités de substitution dans l'industrie ; méthodes et interrogations pour l'avenir.
Septembre 1993

CEG-17. E. DELAFOSSE,

Pays en développement et enjeux gaziers : prendre en compte les contraintes d'accès aux ressources locales.
Octobre 1993

CEG-18. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX*,

L'industrie du raffinage dans le Golfe arabe, en Asie et en Europe : comparaison et interdépendance.
Octobre 1993

CEG-19. S. FURLAN,

L'apport de la théorie économique à la définition d'externalité.
Juin 1994

CEG-20. M. CADREN,

Analyse économétrique de l'intégration européenne des produits pétroliers : le marché du diesel en Allemagne et en France.
Novembre 1994

CEG-21. J.L. KARNIK, J. MASSERON*,

L'impact du progrès technique sur l'industrie du pétrole.
Janvier 1995

CEG-22. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX,

L'avenir de l'industrie du raffinage.
Janvier 1995

CEG- 23. D. BABUSIAUX, S. YAFIL*,

Relations entre taux de rentabilité interne et taux de rendement comptable.
Mai 1995

CEG-24. D. BABUSIAUX, J. JAYLET*,

Calculs de rentabilité et mode de financement des investissements, vers une nouvelle méthode ?
Juin 1996

CEG-25. J.P. CUEILLE, J. MASSERON*,

Coûts de production des énergies fossiles : situation actuelle et perspectives.
Juillet 1996

CEG-26. J.P. CUEILLE, E. JOURDAIN,

Réductions des externalités : impacts du progrès technique et de l'amélioration de l'efficacité énergétique.
Janvier 1997

CEG-27. J.P. CUEILLE, E. DOS SANTOS,

Approche évolutionniste de la compétitivité des activités amont de la filière pétrolière dans une perspective de long terme.
Février 1997

CEG-28. C. BAUDOUIN, J.P. FAVENNEC,

Marges et perspectives du raffinage.
Avril 1997

CEG-29. P. COUSSY, S. FURLAN, E. JOURDAIN, G. LANDRIEU, J.V. SPADARO, A. RABL,
Tentative d'évaluation monétaire des coûts externes liés à la pollution automobile : difficultés méthodologiques et étude de cas.
Février 1998

CEG-30. J.P. INDJEHAGOPIAN, F. LANTZ, V. SIMON,
Dynamique des prix sur le marché des fiouls domestiques en Europe.
Octobre 1998

CEG-31. A. PIERRU, A. MAURO,
Actions et obligations : des options qui s'ignorent.
Janvier 1999

CEG-32. V. LEPEZ, G. MANDONNET,
Problèmes de robustesse dans l'estimation des réserves ultimes de pétrole conventionnel.
Mars 1999

CEG-33. J. P. FAVENNEC, P. COPINSCHI,
L'amont pétrolier en Afrique de l'Ouest, état des lieux
Octobre 1999

CEG-34. D. BABUSIAUX,
Mondialisation et formes de concurrence sur les grands marchés de matières premières énergétiques : le pétrole.
Novembre 1999

CEG-35. D. RILEY,
The Euro
Février 2000

CEG-36. et 36bis. D. BABUSIAUX, A. PIERRU*,
Calculs de rentabilité et mode de financement des projets d'investissements : propositions méthodologiques.
Avril 2000 et septembre 2000

CEG-37. P. ALBA, O. RECH,
Peut-on améliorer les prévisions énergétiques ?
Mai 2000

CEG-38. J.P. FAVENNEC, D. BABUSIAUX,
Quel futur pour le prix du brut ?
Septembre 2000

ECO-39. S. JUAN, F. LANTZ,
La mise en œuvre des techniques de Bootstrap pour la prévision économétrique : application à l'industrie automobile
Novembre 2000

ECO-40. A. PIERRU, D. BABUSIAUX,
Coût du capital et étude de rentabilité d'investissement : une formulation unique de l'ensemble des méthodes
Décembre 2000

* une version anglaise de cet article est disponible sur demande